

Ходжибаева Ирода Валиевна, преподаватель
Наманганский инженерно-технологический институт

Khodjiboyeva IrodaValiyevna, teacher
Namangan Engineering – Construction Institute

ПРИЛОЖЕНИЯ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИКЕ

Аннотация: В этой статье с помощью нескольких примеров подробно изложены некоторые приложения математики в экономике.

Ключевые слова: Кривая, функция, предел, производная, определённый интеграл.

MATH APPLICATIONS IN ECONOMICS

Annotation: In this article, using several examples, some applications of mathematics in economics are described in detail.

Keywords: Curve, function, limit, derivative, definite integral.

Экономика, как наука об объективных причинах функционирования и развития общества пользуется разнообразными количественными характеристиками, а потому вобрала в себя большое число математических методов. Современная экономика использует практически весь аппарат прикладной математики.

Рассмотрим примеры использования функций в области экономики.

Пример 1. Кривые спроса и предложения. Точка равновесия.

Рассмотрим зависимости спроса D (demand) и предложения S (supply) от цены на товар P (price). Чем меньше цена, тем больше спрос при постоянной покупательной способности населения. Обычно зависимость D от P имеет вид ниспадающей кривой:

$$D = P^a + c, \quad (1)$$

где $a < 0$. В свою очередь предложение растёт с увеличением цены на товар, и потому зависимость S от P имеет следующую характерную форму:

$$S = P^b + d, \quad (2)$$

где $b \geq 1$. В формулах (1) и (2) c и d – так называемые экзогенные величины; они зависят от внешних причин (благополучие общества, политическая обстановка и т.п.). Вполне понятно, что переменные, входящие в формулы (1) и (2), положительны, поэтому графики функций имеют смысл только в первой координатной четверти.

Для экономики представляет интерес условие равновесия, т.е. когда спрос равен предложению; это условие дается уравнением

$$D(P) = S(P) \quad (3)$$

и соответствует точке пересечения кривых D и S – это так называемая точка равновесия. Цена P_0 , при которой выполнено условие (3), называется *равновесной*. При увеличении благосостояния населения, что соответствует росту величины c в формуле (1), точка равновесия смещается вправо, так как кривая D поднимается вверх; при этом цена на товар растет при неизменной кривой предложения S .

Приведем пример предельных показателей в микроэкономике.

Пример 2. Этот пример связан с зависимостью себестоимости C произведенной продукции от ее объема Q : $C = f(Q)$. Так называемая *предельная себестоимость* характеризует себестоимость ΔC прироста продукции ΔQ :

$$MC = \frac{\Delta C}{\Delta Q}. \quad (4)$$

В предположении о непрерывной зависимости ΔC от ΔQ естественно напрашивается замена разностного отношения в (4) его пределом:

$$MC \approx \lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta Q} = C'(Q). \quad (5)$$

Обычно в приложениях с использованием математики под предельной себестоимостью понимают именно величину (5).

Например, пусть зависимость издержек производства от объема выпускаемой продукции выражается формулой

$$C = 40Q - 0,03Q^3 \text{ ден. ед.}$$

Определим средние и предельные издержки при объеме продукции $Q = 15$ ден. ед.

А) Функция средних издержек на единицу продукции определяется по формуле $\bar{C} = C/Q$, или в нашем случае

$$\bar{C} = 40 - 0,03Q^2,$$

откуда $\bar{C}(15) = 40 - 0,03 \cdot 225 = 33,25$ ден. ед.

Б) Предельные издержки определяются, согласно (5), по формуле

$$C' = 40 - 0,09Q^2,$$

откуда при $Q = 15$ получаем $C'(15) = 19,75$ ден. ед.

Иными словами, при средних издержках на производство единицы продукции в 33,25 ден. ед. дополнительные затраты на производство единицы дополнительной продукции составят 19,75 ден. ед. и не превысят средних издержек.

В анализе и прогнозах ценовой политики применяется понятие *эластичности спроса*. Пусть $D = f(P)$ – функция спроса от цены товара P . Тогда под эластичностью спроса понимается процентное изменение спроса при изменении товара на 1%:

$$E = \frac{\Delta D / D \cdot 100\%}{\Delta P / P \cdot 100\%}. \quad (6)$$

В случае непрерывной зависимости ΔD от ΔQ удобно перейти к пределу при $\Delta P \rightarrow 0$:

$$E(D) = P \frac{D'(P)}{D(P)}. \quad (7)$$

Заметим, что поскольку функция $D(P)$ убывающая, то $D'(P < 0)$, а тогда согласно формуле (7) и $E(D) < 0$. Напротив, поскольку функция предложения возрастающая, то соответствующая эластичность $E(S) > 0$.

Различают три вида спроса в зависимости от величины $|E(D)|$:

а) если $|E(D)| > 1$ ($E(D) < -1$), то спрос считается эластичным;

б) если $|E(D)| = 1$ ($E(D) = -1$), то спрос нейтрален;

в) если $|E(D)| < 1$ ($E(D) > -1$), то спрос неэластичный.

Пример 3. Найти изменение выручки с увеличением цены на товар при разных вариантах эластичности спроса.

Решение: Выручка I равна произведению цены P на товар на величину спроса D :

$$I(P) = D(P) \cdot P.$$

Найдем производную этой функции:

$$I'(P) = D(P) + P \cdot D'(P). \quad (8)$$

Теперь проанализируем все варианты эластичности спроса, приведенные выше с учетом формулы (7).

1) $E(D) < -1$; тогда, подставляя (7) в это неравенство, получаем, что правая часть уравнения (8) отрицательна. Таким образом, при эластичном спросе повышение цены P ведет к снижению выручки. Напротив, снижение цены на товар увеличивает выручку.

2) $E(D) = -1$. Из (7) следует, что правая часть (8) равна нулю, т.е. при нейтральном спросе изменение цены на товар не влияет на выручку.

3) $E(D) > -1$. Тогда $I'(P) > 0$, т.е. при неэластичном спросе повышение цены P на товар не влияет на выручку.

Литература:

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Сборник задач по высшей математике, учебное пособие для инженерно технических специальностей вузов. - М.: Наука. 1997.

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для ЕТУЗов. – М. :Наука в 2х частях, 2001

3. Справочник по математике для экономистов: Учеб. пособие / Под ред. проф. В.И. Ермакова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2009. – 464 с.
4. Минорский В.И. Сборник задач по высшей математике. М: Наука, 1987
5. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. –М.:Наука, 1985
6. Сирожиддинов К. И., Ходжибаева И. В. Стимулирование и поддержка инновационного развития малого бизнеса в Узбекистане //“Молодой ученый”. – 2016. - №10., - С. 873-875.
7. Хужаханов М. Х., Ходжибаева И. В. Республика Узбекистан: актуальные проблемы совершенствования финансового модернизации экономики //“Молодой ученый”. – 2015. - №10., - С. 832-834.